

# 8 клас

## Вчитель Треніна Л. С.

### Дробові раціональні рівняння.

*Дробове раціональне рівняння – це рівняння, у якого ліва або права частина, або обидві частини – дробові вирази.*

Для його розв'язання доцільно діяти у такий спосіб:

- 1) перенести всі доданки в один бік;
- 2) звести їх до спільного знаменника;
- 3) до одержаного рівняння виду  $\frac{a}{b} = 0$  (де  $a$  і  $b$  - деякі цілі вирази) застосувати умову рівності дробу нулю [дріб дорівнює нулю тоді і тільки тоді, коли чисельник дорівнює нулю, а знаменник відмінний від нуля];
- 4) знайти корені чисельника;
- 5) перевірити, чи не дорівнює знаменник нулю при цих значеннях невідомого;
- 6) записати відповідь.

#### Приклад 1.

Розв'яжіть рівняння  $\frac{3+x}{x+1} = \frac{x-1}{x}$

*Розв'язання.*

$$\frac{3+x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = 0 \quad (\text{перенесли всі доданки в одну сторону})$$

$$\frac{(3+x) \cdot x}{(x+1) \cdot x} - \frac{(x-1) \cdot (x+1)}{x \cdot (x+1)} = 0 \quad (\text{зводимо дробі до спільного знаменника, спільний знаменник } x \cdot (x+1),$$

тому перший дріб домножили на  $x$ , а другий дріб на  $(x+1)$ )

$$\frac{3x+x^2}{(x+1) \cdot x} - \frac{x^2-1}{x \cdot (x+1)} = 0 \quad (\text{розкрили дужки в чисельниках})$$

$$\frac{(3x+x^2)-(x^2-1)}{x \cdot (x+1)} = 0 \quad (\text{записали під спільну риску дробу})$$

$$\frac{3x+x^2-x^2+1}{x \cdot (x+1)} = 0 \quad (\text{розкрили дужки в чисельнику})$$

$$\frac{3x+1}{x \cdot (x+1)} = 0 \quad (\text{привели подібні доданки})$$

Дріб дорівнює нулю тоді і тільки тоді, коли чисельник дорівнює нулю, а знаменник відмінний від нуля,

$$\text{тобто } \begin{cases} 3x+1=0, \\ x \cdot (x+1) \neq 0. \end{cases}$$

$$3x+1=0$$

$$3x=-1$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

Якщо  $x = -\frac{1}{3}$ , то знаменник  $x(x+1) = -\frac{1}{3} \cdot (-\frac{1}{3} + 1) \neq 0$ . (перевіряємо чи не дорівнює знаменник нулю при отриманому значенні  $x$ )

Отже,  $x = -\frac{1}{3}$  - корінь рівняння.

Відповідь:  $x = -\frac{1}{3}$

### Приклад 2.

Розв'яжіть рівняння  $\frac{x+3}{x-8} = 0$ .

*Розв'язання.*

Дане рівняння рівносильне системі  $\begin{cases} x+3=0, \\ x-8 \neq 0. \end{cases}$

$$x+3=0,$$

$$x=-3.$$

Якщо  $x=-3$ , то знаменник  $x-8=-3-8 \neq 0$ .

Отже,  $x=-3$  - корінь даного рівняння.

Відповідь:  $x=-3$ .

### Приклад 3.

Розв'яжіть рівняння  $\frac{x}{x+2} = 2$ .

*Розв'язання.*

$$\frac{x}{x+2} - 2 = 0,$$

$$\frac{x}{x+2} - \frac{2(x+2)}{x+2} = 0,$$

$$\frac{x}{x+2} - \frac{2x+4}{x+2} = 0,$$

$$\frac{x-(2x+4)}{x+2} = 0,$$

$$\frac{x-2x-4}{x+2} = 0,$$

$$\frac{-x-4}{x+2} = 0,$$

Дане рівняння рівносильне системі  $\begin{cases} -x-4=0, \\ x+2 \neq 0. \end{cases}$

$$-x-4=0,$$

$$-x=4,$$

$$x=-4.$$

Якщо  $x=-4$ , то знаменник  $x+2=-4+2 \neq 0$ .

Отже,  $x=-4$  - корінь рівняння.

Відповідь:  $x=-4$

**Приклад 4.**

Розв'яжіть рівняння  $\frac{x+4}{2x-1} - \frac{x+8}{2x+1} = 0$ .

*Розв'язання.*

$$\frac{(x+4)(2x+1)}{(2x-1)(2x+1)} - \frac{(x+8)(2x-1)}{(2x+1)(2x-1)} = 0,$$

$$\frac{2x^2 + 8x + x + 4}{(2x-1)(2x+1)} - \frac{2x^2 + 16x - x - 8}{(2x+1)(2x-1)} = 0,$$

$$\frac{(2x^2 + 9x + 4) - (2x^2 + 15x - 8)}{(2x-1)(2x+1)} = 0,$$

$$\frac{2x^2 + 9x + 4 - 2x^2 - 15x + 8}{(2x-1)(2x+1)} = 0,$$

$$\frac{-6x + 12}{(2x-1)(2x+1)} = 0,$$

Дане рівняння рівносильне системі  $\begin{cases} -6x + 12 = 0, \\ (2x-1)(2x+1) \neq 0. \end{cases}$

$$-6x + 12 = 0,$$

$$-6x = -12,$$

$$x = 2.$$

Якщо  $x = 2$ , то знаменник  $(2x-1)(2x+1) = (2 \cdot 2 - 1)(2 \cdot 2 + 1) = 15 \neq 0$ .

Отже,  $x = 2$  - корінь рівняння.

*Відповідь:*  $x = 2$

**Приклад 5.**

Розв'яжіть рівняння  $\frac{|x-2|-2}{x(x-4)} = 0$ .

*Розв'язання.*

Дане рівняння рівносильне системі  $\begin{cases} |x-2|-2 = 0, \\ x(x-4) \neq 0. \end{cases}$

$$|x-2|-2 = 0,$$

$$|x-2| = 2,$$

$$x-2 = 2 \quad \text{або} \quad x-2 = -2$$

$$x = 2+2 \quad x = -2+2$$

$$x = 4 \quad x = 0$$

Якщо  $x = 4$ , то знаменник  $x(x-4) = 4 \cdot (4-4) = 4 \cdot 0 = 0$ .

Якщо  $x = 0$ , то знаменник  $x(x-4) = 0 \cdot (0-4) = 0 \cdot (-4) = 0$ .

Отже, рівняння не має розв'язків.

*Відповідь:* рівняння не має розв'язків.